

1. Три экскаватора участвовали в рытье котлована объемом 340 м^3 . За один час первый экскаватор вынимает 40 м^3 грунта, второй - на 5 м^3 меньше первого, а третий - на 25 м^3 больше первого. Сначала работали одновременно первый и второй экскаваторы и выкопали 140 м^3 грунта. Затем оставшуюся часть котлована выкопали, работая одновременно, первый и третий экскаваторы. Определите значение c ($0 < c < 15$), при котором котлован выкопан за 4 часа, если работа велась без перерыва.

2. Решить уравнение

$$\frac{1}{\sqrt{2x-1}} = (2x-1) \log_{\frac{1}{4}}(1+7x-2x^2)$$

3. В треугольнике ABC длина стороны BC равна 2 см , длина высоты, опущенной из вершины C на сторону AB , равна $\sqrt{2} \text{ см}$, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен $\sqrt{5} \text{ см}$. Найдите длины сторон AB и AC треугольника, если известно, что угол ABC - острый.

4. Для всех вещественных значений a решить уравнение

$$(3a+4)^2 \log_2(-2x-x^2) + (a-2)^2 \log_2(1-\frac{x^2}{3}) = 0$$

5. Найдите все решения уравнения $|\cos x| + \sin(2x+3) = 0$, удовлетворяющие условию $|x| \leq \frac{3}{2}\pi$.

6. В пирамиде $MNPQ$ длина медианы грани MNQ , проведенной из вершины N , равна $\sqrt{17}$, величина угла между ребром PQ и гранью MPN равна $\arcsin \frac{1}{4}\sqrt{\frac{17}{5}}$. Кроме того $|PQ| = |QN| - \frac{1}{2}|MP|$, $|MP| = |PN|$, $|MQ| > \frac{3}{2}|PN|$. Известно, что центры вписанных окружностей любых двух граней лежат в одной плоскости с некоторым ребром пирамиды. Найдите длину высоты пирамиды $MNPQ$, опущенной из вершины N .

1. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \sin y \cdot \cos x + \sin x = 0 \\ 2 \cos^2 y + \sin y \cdot \sin x = \cos 2y \cdot \cos x \end{cases}$$

2. Решить неравенство:

$$\log_{2x-\frac{4}{25}} \left(\frac{x^2-14x+51}{50} \right) \leq 0$$

3. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла C проведены биссектриса $CL = a$ и медиана $CM = b$. Найдите площадь треугольника ABC .

4. Точки A, B, C, D, E, F лежат на сфере радиуса $\sqrt{2}$. Отрезки AD, BE и CF пересекаются в точке S , находящейся на расстоянии 1 от центра сферы. Объемы пирамид $SABC$ и $SDEF$ относятся, как 1:9, пирамид $SABF$ и $SDEC$ - как 4:9, пирамид $SAEC$ и $SDBF$ - как 9:4. Найдите отрезки SA, SB, SC .

5. Из пункта A одновременно стартуют три бегуна и одновременно финишируют в том же пункте, пробежав по маршруту, состоящему из прямых отрезков AB, BC, CA образующих треугольник ABC . На каждом из указанных отрезков скорости всех бегунов постоянны и равны у первого 10, 16 и $14 \frac{\text{км}}{\text{час}}$ соответственно, у второго - 12, 10 и $16 \frac{\text{км}}{\text{час}}$ соответственно. Третий бегун в пунктах B и C оказывается не один и меняет скорость на маршруте один раз. Установить, является ли треугольник ABC остроугольным или тупоугольным.