

**Вариант 1995 г. (Основной экзамен)**

1. Найти все целые числа  $n$  и  $m$ , для которых  $3n^2 + 2nm = 11$  и  $n + 2m \geq 10$ .

2. Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 5x + xy + 5y = 10 + 7\sqrt{3} \\ x^2 + y^2 = 7. \end{cases}$$

3. Медианы  $BK$  и  $CL$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$  под прямым углом.  $AC = b$ ,  $AB = c$ . Найти площадь четырехугольника  $AKML$ .

4. Решить неравенство

$$\log_{2 \sin x - 1} (43 - 4 \sin x + 4 \sin^2 x - x^2 + x) \leq 3 \log_3 2 / \log_3 (2\sqrt{2})$$

5. Транспортное агентство осуществляет грузовые перевозки. Стоимость одного рейса при загрузке машины  $a$  тоннами груза складывается из эксплуатационных расходов  $p_2 a^2$  тысяч руб., оплаты труда водителя  $p_3$  тыс. руб. и прочих расходов  $p_1 a$  тыс. руб. Числа  $p_1, p_2, p_3$  являются соответственно первым, третьим и шестнадцатым членами некоторой арифметической прогрессии. Их сумма равна 340, а разность прогрессии  $d$  является корнем уравнения  $d^2 - 37d + 340 = 0$ . Агентство должно израсходовать 10000 тысяч руб. Если выполнено 12 одинаковых рейсов, то суммарная масса перевезенного груза больше 40 тонн. Сколько следует выполнить рейсов, чтобы масса перевезенного груза была максимальной?

6. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с параллельными гранями  $ABCD$  и  $A_1 B_1 C_1 D_1$  длина ребра равна 1. Точки  $K$  и  $N$  являются серединами ребер  $DC$  и  $BC$  соответственно. Точка  $M$  лежит на ребре  $CC_1$  и  $MC = 2/3$ . Найти минимальное значение радиусов сфер, проходящих через точки  $M, N, K$  и касающихся плоскости  $BB_1 D_1 D$ .

**Ответы:** 1.  $n = -11, m = 16$ . 2.  $(x, y) \in \{(2, \sqrt{3}); (\sqrt{3}, 2)\}$ .

3. 
$$\frac{\sqrt{(4b^2 - c^2)(4c^2 - b^2)}}{30}$$
.

4. 
$$x \in \left( -\frac{11\pi}{6}, -\frac{3\pi}{2} \right) \cup \left( -\frac{3\pi}{2}, -\frac{7\pi}{6} \right) \cup \left( \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2} \right) \cup \left( \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6} \right) \cup \left( \frac{13\pi}{6}, 7 \right]$$
.

5. 17. 6. 
$$\frac{57\sqrt{2} - 64}{36}$$
.